

Capítulo 3

Correlograph.

3.1. Contexto.

Como se mencionaba al inicio del capítulo anterior, uno de los trabajos pioneros en memorias asociativas surgidos en la década de los sesenta, además de la *Lernmatrix* (Steinbuch, 1961; Steinbuch & Frank, 1961), es el *Correlograph*, cuyo advenimiento acació en las postrimerías de esa década (Willshaw, Buneman & Longuet-Higgins, 1969).

3.2. El trabajo de Willshaw, Buneman & Longuet-Higgins.

El *correlograph* es un dispositivo óptico elemental capaz de funcionar como una memoria asociativa (Willshaw, Buneman & Longuet-Higgins, 1969). En palabras de los autores “el sistema es tan simple, que podría ser construido en cualquier laboratorio escolar de física elemental”.

El *correlograph* consta de tres pantallas opacas y una fuente de luz; el aparato genera *correlogramas* de puntos luminosos en una de las pantallas (la cual se perfora precisamente en esos puntos), a partir de pares de patrones de huecos realizados en las otras dos pantallas (fase de *aprendizaje*). Cada correlograma así generado se usa entonces para obtener cada uno de los patrones de entrada partiendo de su patrón asociado (fase de *recuperación*).

Con el fin de ilustrar la fase de aprendizaje del *correlograph*, consideremos la pareja de patrones de huecos formados en las pantallas A y B de la figura 1 (por simplicidad los llamaremos patrón A y patrón B).

La fase de aprendizaje consta de dos pasos:

1. Se usa la fuente de luz FL para iluminar desde atrás la pantalla A. Los rayos de luz que pasan por los huecos del patrón A, continúan su trayectoria rectilínea a través de los huecos del patrón B, hasta chocar con la pantalla C, para formar un correlograma de mn puntos, considerando que el número de huecos de los patrones A y B son m y n , respectivamente. Para el caso de la figura 05.1, $m = 2$ y $n = 3$, por lo que el correlograma consta de 6 puntos.
2. Se realizan las mn perforaciones en la pantalla C que corresponden a los puntos del correlograma.

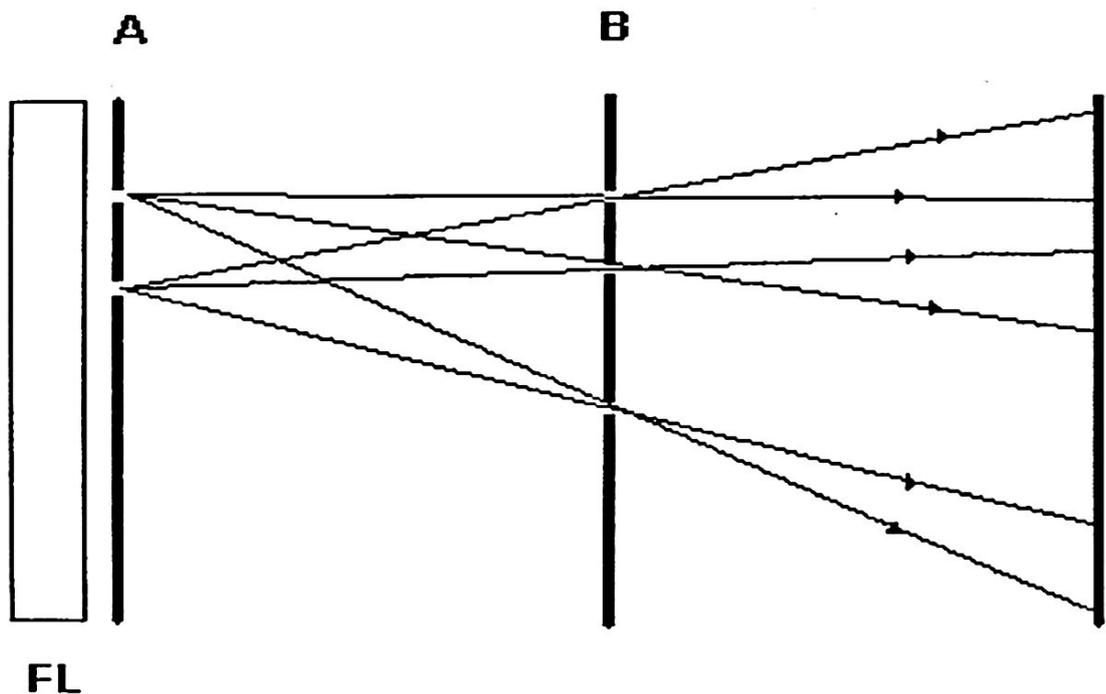


Figura 1

3.2. EL TRABAJO DE WILLSHAW, BUNEMAN & LONGUET-HIGGINS.23

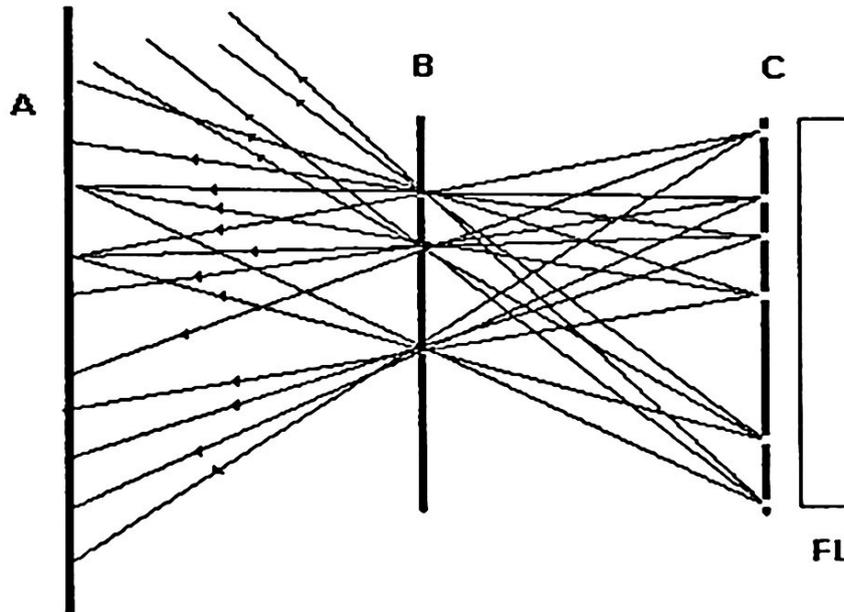


Figura 2

La fase de recuperación, ilustrada en la figura 2, consiste en presentarle al correlograma el patrón B, para obtener el patrón asociado A.

Esta fase también consta de dos pasos:

1. Se coloca una pantalla opaca, sin huecos, en la posición de A, y la fuente de luz FL se ubica delante de la pantalla C, que contiene el correlograma. Los rayos de luz pasan por los huecos del correlograma, continúan su trayectoria rectilínea a través de los huecos del patrón B, y finalmente inciden en la pantalla opaca A. El número de puntos de luz que inciden en la pantalla A es mn^2 , que es el producto de mn y n , números de puntos del correlograma C y del patrón B, respectivamente. Para el caso del ejemplo de la figura 2, son 18 puntos los que aparecen en la pantalla A. Es necesario realizar alguna operación que elimine los $mn^2 - m$ puntos espúrcos (16 en el ejemplo) para que queden únicamente los m puntos (2 para el ejemplo) que pertenecen al patrón A original de la figura 1.
2. Se realiza una operación de umbralizado para eliminar los $mn^2 - m$ puntos con menor luminancia y dejar los m puntos más brillantes: éstos son los puntos que eran huecos en el patrón original A.

Es posible almacenar varios conjuntos de patrones y reconstruirlos exitosamente usando el mismo correlograph. Si se almacenan demasiadas asociaciones, habrá demasiados puntos espúreos, y aparecerán errores; esto es, la reconstrucción de A será ruidosa.

A pesar de las evidentes diferencias entre el *correlograph* y la *Lernmatrix*, los autores Willshaw, Buneman & Longuet-Higgins tomaron como punto de partida este dispositivo óptico para crear un ente al que llamaron *red asociativa*, la cual no es otra cosa que un modelo de memoria asociativa tipo *crossbar* parecida a la *Lernmatrix*, pero con una regla de aprendizaje diferente a la regla de Steinbuch 2.2 (ver capítulo 2) y con una característica adicional: esta memoria no se comporta sólo como un clasificador, sino como una memoria que asocia patrones de entrada con patrones de salida (Willshaw, Buneman & Longuet-Higgins, 1969; Kohonen, 1989).

En la *red asociativa* los puntos de la pantalla B se convierten en n líneas paralelas verticales (componentes x_j^μ), y los puntos de la pantalla A se transforman en m líneas paralelas horizontales (componentes y_i^μ); los puntos de C corresponden ahora a las mn intersecciones entre las líneas x_j^μ y y_i^μ . Lo anterior significa que la red asociativa es un sistema de entrada y salida que al operar acepta como entrada un patrón binario $x^\mu \in A^n$, $A = \{0, 1\}$ y produce como salida un patrón $y^\mu \in A^m$.

En la siguiente figura se esquematiza la *fase de aprendizaje* para la *red asociativa*, al incorporar la pareja de patrones de entrenamiento $(x^\mu, y^\mu) \in A^n \times A^m$.

	x_1^μ	x_2^μ	\dots	x_j^μ	\dots	x_n^μ
y_1^μ	m_{11}	m_{12}	\dots	m_{1j}	\dots	m_{1n}
y_2^μ	m_{21}	m_{22}	\dots	m_{2j}	\dots	m_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots
y_i^μ	m_{i1}	m_{i2}	\dots	m_{ij}	\dots	m_{in}
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots
y_m^μ	m_{m1}	m_{m2}	\dots	m_{mj}	\dots	m_{mn}

(3.1)

Cada uno de los componentes m_{ij} de la *red asociativa* M tiene valor cero al inicio, y se actualiza de acuerdo con la regla:

3.2. EL TRABAJO DE WILLSHAW, BUNEMAN & LONGUET-HIGGINS.25

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } y_i^\mu = 1 = x_j^\mu \\ \text{valor anterior} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.2)$$

En la *fase de recuperación* se le presenta a la red asociativa M un vector de entrada $x^\omega \in A^n$. Se realiza el producto de la matriz M por el vector x^ω y se ejecuta una operación de umbralizado, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$y_i^\omega = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{j=1}^n m_{ij} \cdot x_j^\omega \geq u \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.3)$$

donde u es el valor de umbral. Una estimación aproximada del valor de umbral u se puede lograr con la ayuda de un número indicador mencionado en el artículo de Willshaw *et al.* de 1969: $\log_2 n$.

Ejemplo.

Vale la pena presentar el mismo ejemplo que aparece en (Willshaw, Buneman & Longuet-Higgins, 1969). Son 4 parejas de patrones de dimensión 8; es decir, $p = 4$ y $m = n = 8$ de acuerdo con la sección 2.

$$\begin{array}{cc} \mathbf{x}^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \mathbf{y}^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \mathbf{x}^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \mathbf{y}^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \\ \mathbf{x}^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \mathbf{y}^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \mathbf{x}^4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \mathbf{y}^4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Para iniciar la fase de aprendizaje, es decir, la creación de la red asociativa, se asigna el valor cero a todos los elementos m_{ij} del arreglo 3.1 y se realizan las operaciones de la expresión 3.2 con la primera pareja de asociaciones (x^1, y^1) .

Obsérvese que los cambios provocados en la red asociativa inicial se deben a las componentes 4, 6 y 7 del vector de salida y^1 , y a las componentes 1, 2 y 3 del vector de entrada x^1 , por lo que los elementos de la red asociativa que toman el valor 1 son: m_{41} , m_{42} , m_{43} , m_{61} , m_{62} , m_{63} , m_{71} , m_{72} y m_{73} :

	x_1^1	x_2^1	x_3^1	x_4^1	x_5^1	x_6^1	x_7^1	x_8^1
	1	1	1	0	0	0	0	0
$y_1^1 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_2^1 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_3^1 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_4^1 = 1$	1	1	1	0	0	0	0	0
$y_5^1 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_6^1 = 1$	1	1	1	0	0	0	0	0
$y_7^1 = 1$	1	1	1	0	0	0	0	0
$y_8^1 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0

Al observar la segunda pareja de asociaciones (x^2, y^2) , podemos percatarnos de que el patrón de salida y^2 tiene valor 1 en las entradas 1, 5 y 7, mientras que el patrón de entrada x^2 los tiene en las componentes 2, 5 y 8. Lo anterior significa que, de acuerdo con la expresión 3.2, los elementos de la red asociativa que deben tomar el valor 1 son: m_{12} , m_{15} , m_{18} , m_{52} , m_{55} , m_{58} , m_{72} , m_{75} y m_{78} ; en todos los casos, el elemento m_{ij} correspondiente cambia su valor de cero a uno, excepto en m_{72} que ya tenía valor 1, por lo que se queda con su valor anterior, de acuerdo con la regla de aprendizaje de Willshaw, Buneman & Longuet-Higgins:

3.2. EL TRABAJO DE WILLSHAW, BUNEMAN & LONGUET-HIGGINS.27

	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_4^2	x_5^2	x_6^2	x_7^2	x_8^2
	0	1	0	0	1	0	0	1
$y_1^2 = 1$	0	1	0	0	1	0	0	1
$y_2^2 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_3^2 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_4^2 = 0$	1	1	1	0	0	0	0	0
$y_5^2 = 1$	0	1	0	0	1	0	0	1
$y_6^2 = 0$	1	1	1	0	0	0	0	0
$y_7^2 = 1$	1	1	1	0	1	0	0	1
$y_8^2 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0

Continuemos razonando de manera similar, para afirmar que, de acuerdo con los valores de las componentes de los vectores que forman la tercera asociación (x^3, y^3), los elementos de la red asociativa que deben tomar el valor 1 son: m_{22} , m_{24} , m_{26} , m_{32} , m_{34} , m_{36} , m_{62} , m_{64} y m_{66} ; en todos los casos, el elemento m_{ij} cambia su valor de cero a uno, excepto en m_{62} que ya tenía valor 1, por lo que se queda con su valor anterior, de acuerdo con la regla 3.2:

	x_1^3	x_2^3	x_3^3	x_4^3	x_5^3	x_6^3	x_7^3	x_8^3
	0	1	0	1	0	1	0	0
$y_1^3 = 0$	0	1	0	0	1	0	0	1
$y_2^3 = 1$	0	1	0	1	0	1	0	0
$y_3^3 = 1$	0	1	0	1	0	1	0	0
$y_4^3 = 0$	1	1	1	0	0	0	0	0
$y_5^3 = 0$	0	1	0	0	1	0	0	1
$y_6^3 = 1$	1	1	1	1	0	1	0	0
$y_7^3 = 0$	1	1	1	0	1	0	0	1
$y_8^3 = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0

Por efectos de operar con la última pareja de patrones, la asociación (x^4, y^4), los elementos de la red asociativa que deben tomar el valor 1 son: m_{31} , m_{33} , m_{37} , m_{41} , m_{43} , m_{47} , m_{81} , m_{83} y m_{87} , de los cuales dos se quedan con su valor anterior (m_{41} y m_{43}):

	x_1^1	x_2^1	x_3^1	x_4^1	x_5^1	x_6^1	x_7^1	x_8^1
	1	0	1	0	0	0	1	0
$y_1^1 = 0$	0	1	0	0	1	0	0	1
$y_2^1 = 0$	0	1	0	1	0	1	0	0
$y_3^1 = 1$	1	1	1	1	0	1	1	0
$y_4^1 = 1$	1	1	1	0	0	0	1	0
$y_5^1 = 0$	0	1	0	0	1	0	0	1
$y_6^1 = 0$	1	1	1	1	0	1	0	0
$y_7^1 = 0$	1	1	1	0	1	0	0	1
$y_8^1 = 1$	1	0	1	0	0	0	1	0

De manera que la red asociativa finalmente queda así:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Analícemos ahora la fase de recuperación. Para ello, primeramente realicemos el producto matricial entre M y x^1 , de acuerdo con la expresión 3.3:

$$M \cdot x^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Al tomar en cuenta la sugerencia de Willshaw *et al.* para calcular indicador que permite obtener el umbral, el valor de u se puede aproximar por $\log_2 8 = 3$.

3.2. EL TRABAJO DE WILLSHAW, BUNEMAN & LONGUET-HIGGINS.29

Al aplicar la umbralización de la expresión 3.3 al vector anterior con $u = 3$, resulta que las componentes 1, 2, 5 y 8 son menores que el umbral, por lo que se quedan con el valor cero; por otro lado, las componentes 3, 4, 6 y 7 poseen un valor mayor o igual que el umbral, por lo que toman el valor uno:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \neq y^1$$

Veamos qué sucede al aplicar la umbralización con $u = 3$ después de operar la red asociativa M con cada uno de los patrones x^2 , x^3 y x^4 .

$$M \cdot x^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = y^2$$

$$M \cdot x^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = y^3$$

$$M \cdot x^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = y^1$$

Se observa que, aunque la recuperación no es perfecta, al menos la mayoría de los vectores fueron recuperados de manera perfecta.

3.3. Consideraciones finales del capítulo.

En este capítulo hemos presentado el *correlograph*, un dispositivo óptico elemental capaz de asociar patrones, que fue diseñado, desarrollado y aplicado por una terna de preclaros científicos ingleses en 1969: Willshaw Buneman & Longuet-Higgins; además, hemos presentado y ejemplificado la *red asociativa*, una memoria asociativa que se derivó del *correlograph* y que, junto con la *Lernmatrix* de Steinbuch, constituyen los entes más longevos con que se cuenta entre los trabajos pioneros en el tema de las memorias asociativas.

Anderson y Rosenfeld, los editores del compendio *Neurocomputing: Foundations of Research* (Anderson & Rosenfeld (Eds.), 1990), afirman que "El *correlograph* es un dispositivo que asocia patrones, y no es un clasificador como el perceptrón; este es un punto muy importante." (El perceptrón es un clasificador de patrones ópticos, inventado y desarrollado en 1958 por el psicólogo F. Rosenblatt en el Cornell Aeronautical Laboratory, en un intento por entender la memoria humana y los procesos cognitivos y de aprendizaje).

Respecto de la *red asociativa*, los mismos editores Anderson y Rosenfeld, afirman que "es excepcionalmente fácil implementar este modelo con circuitos integrados" debido a que "la red asociativa es muy parecida a un dispositivo puramente digital" y su estructura permite que "el uso de técnicas VLSI para realizar la implementación sea potencialmente muy alto".